¿La factorización reduce
una expresión algebraica?

FACTORIZACIÓN I

NUMÉRICO - VARIACIONAL

CONCEPTOS CLAVE

ZONA DE JUEGO:

Relaciona con una línea los términos (Conceptos claves) con la imagen según corresponda.

Variable :

Todo aquello que toma diferentes valores.

Coeficiente :

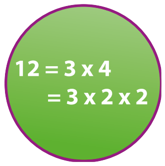
El número junto a la variable.

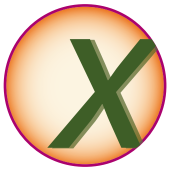
Término independiente :

Valor numérico que no se encuentra acompañado de ninguna variable.

Factorización :

Descomponer un polinomio en factores.



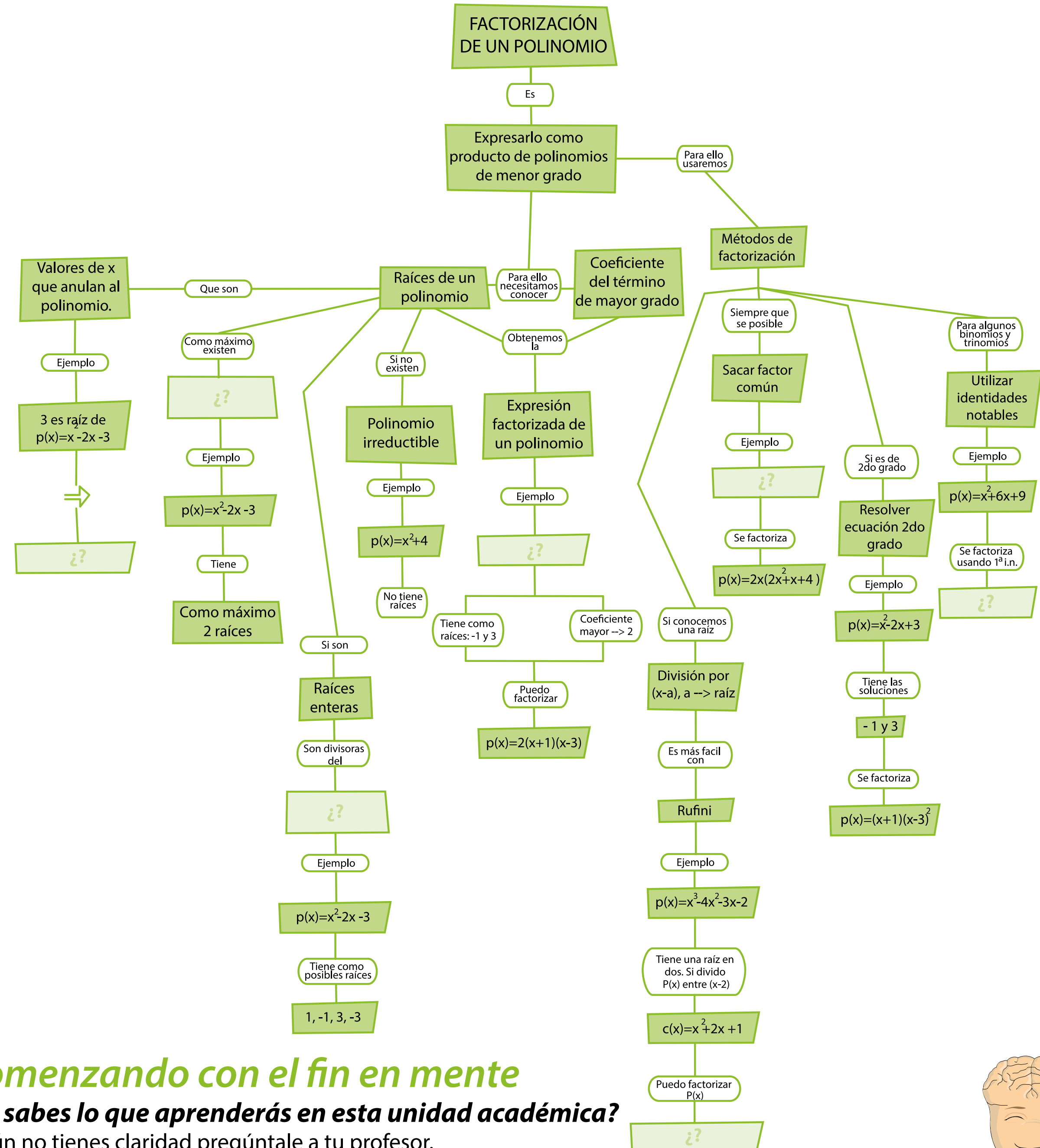


En este espacio responde la pregunta que se encuentra en la parte superior.

Mapa Conceptual

Completa el siguiente mapa conceptual con los términos que encontrarás a continuación:

- $p(x)=2x^2-4x+6$
- $p(x)=4x^3+2x^2+8x$
- El grado del polinomio
- Término independiente
- $p(3)=3^2-2\cdot3-3=0$
- $p(x)=(x+3)^2$
- $p(x)=(x-2)(x^2+2x+1)$



Comenzando con el fin en mente

¿Ya sabes lo que aprenderás en esta unidad académica?

Si aún no tienes claridad pregúntale a tu profesor.

Factorización por factor común

UNIDAD PRODUCTIVA DE APRENDIZAJE N° 1

Esta será la primera factorización que se aplique a cualquier expresión algebraica de acuerdo a lo siguiente:

Se observa si la expresión algebraica cuenta con un término común, en el caso de las letras se toman las literales comunes con menor exponente, en el caso de los números se obtiene el máximo común divisor, de esta manera obtenemos el término o factor común recordando que este deberá ser direfente a uno.

Una vez encontrado el término común se busca el otro factor el cual es el resultado de la división de la expresión entre el término común.

Se establece con dichos factores la factorización.

"Cuando todos los términos de un polinomio tienen un factor común"

Cuando se tiene una expresión de dos o más términos algebraicos y si se presenta algún término común, entonces se puede sacar este término como factor común.

a) ***FACTOR COMÚN MONOMIO:*** Para factorizar monomios se realizará el siguiente procedimiento.
1) Factorizar los coeficientes por m.c.d.
2) Factorizar la parte literal.
Ejemplos: Factorizar las siguientes expresiones.

$$a^2 + 2a$$

1) ***FACTORIZACIÓN DE LOS COEFICIENTES:*** En este caso los coeficientes no tienen un término común y el m.c.d (1,2) es 1
Factorización de la parte literal: En este caso el único factor común es a.
La solución entonces viene dada por:

$$a^2 + 2a = a(a + 2a)$$

2) $10b - 30\,ab^2$
FACTORIZACIÓN DE LOS COEFICIENTES: En este caso se tiene que hallar el m.c.d (10,30), descomponiendo en factores primos y tomando los factores comunes elevados a la menor potencia se obtiene que m.c.d (10,30)=10.

FACTORIZACIÓN DE LA PARTE LITERAL: En este caso el único factor común es b.
La solución entonces viene dada por:

$$10b - 30ab = 10b(1 - 3ab)$$

3) $93a^3x^2y + 62a^2x^3y^2 - 124a^2x$
Factorización de los coeficientes: En este caso se tiene que hallar el m.c.d (93, 62, 124), descomponiendo en factores primos y tomando los factores comunes elevados a la menor potencia se obtiene que m.c.d (93, 62, 124)=31
Factorización de la parte literal: En este caso tenemos como factor común el término.
La solución entonces viene dada por: $a^2 x$

$$93a^3x^2y + 62a^2x^3y^2 - 124a^2x = 31a^2x(3axy + 2axy^2 - 4)$$

B) FACTOR COMÚN POLINOMIO: Para factorizar polinomios se deberá hallar el binomio o polinomio de la expresión dada que es común para los demás términos.

Ejemplos: Factorizar las siguientes expresiones.

1) $a(x + y) - b(x + y)$
En esta expresión los términos a y b tienen como factor común el binomio (x+y), por lo tanto la solución viene dada por: a(x+y) - b(x+y) = (x+y)(a-b).

2) $(a + b - 1)(a^2 + 1) - a^2 - 1$
Para poder factorizar la expresión dada primero debemos hacer una manipulación, factorizando el signo menos que acompaña -a -1, nos queda entonces:

$$(a + b - 1)(a^2 + 1) - (a^2 + 1)$$

Desde la antigüedad, el hombre ha buscado la forma de enviarmensajes en forma segura, de manera que solamente al que está dirigido el mensaje lo pueda leer. Con los computadores esa necesidad de seguridad es indispensable para todos nosotros.

Si reemplazamos las letras del alfabeto por los símbolos numéricos y el espacio en blanco entre palabras por 00 podemos escribir la palabra "factor" como 060103201518.

Haciendo uso de los números primos, el mínimo común múltiplo y, engeneral de las operaciones algebraicas, podemos codificar y enviar estos mensajes en forma segura. El siguiente mensaje está codificado ¿Cuál es el mensaje?

073723700482

FACTORIZACIÓN POR AGRUPACIÓN O ASOCIACIÓN

Esta factorización se puede aplicar siempre y cuando el número de términos de la expresión algebraica sea un número tal que se puedan formar parejas.

Procedimiento:

Se agrupan las parejas que tienen factor común. Cada pareja se factoriza por el método del factor común, de tal manera que los términos que resulten dentro de los paréntesis deberán ser iguales de lo contrario se tendrá que buscar otra combinación. La factorización se obtiene con el producto de los términos que quedaron dentro del paréntesis por los factores comunes que resultaron en la aplicación del primer método.

Ejemplo:

1) $ax + bx + ay + by$

$= x\underbrace{(a+b) + y(a+b)}_{}$ iguales

$= (x+y)(a+b)$

Comprobación

$(a+b)\times(x+y) = ax + bx + ay + by$

2) $2x^2 - 3xy - 4x + 6y$

$x(2x-3y) - 2(2x-3y)$

$= (2x-3y)(x-2)$

Por tanto en una expresión de dos, cuatro, seis o un número par de términos es posible asociar por medio de paréntesis de dos en dos o de tres en tres o de cuatro en cuatro de acuerdo al número de términos de la expresión original. Se debe dar que cada uno de estos paréntesis que contiene dos, o tres o más términos se le pueda sacar un factor común y se debe dar que lo que queda en los paréntesis sea lo mismo para todos los paréntesis o el factor común de todos los paréntesis sea el mismo y este será el factor común.

Ejemplos: Factorizar las siguientes expresiones.

1) $ax + bx + ay + by$

Al observar detalladamente la expresión dada se puede apreciar que los dos primeros términos tienen a x como factor común y los dos últimos términos tienen a y como factor común, por lo tanto podemos reescribir la expresión como: $x(a+b) + y(a+b)$ y en esta expresión el binomio $(a+b)$ es factor común del término x y del término y por lo que la solución viene dada por:

$$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b) = (a+b)(x+y)$$

La expresión dada también puede ser factorizada considerando el primer y tercer término tienen como factor común a y el segundo y cuarto término tienen como factor común a , podemos entonces reescribir la expresión dada como: $a(x+y) + b(x+y)$ y en esta expresión el binomio $(x+y)$ es factor común del término a y del término b por lo que la solución viene dada por:

$$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b) = (a+b)(x+y)$$

2) $a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2x^2y$

En la expresión dada se pueden agrupar los términos de varias maneras en este caso agruparemos de la siguiente manera: primer y tercer término, segundo y quinto término y finalmente cuarto y sexto término, tenemos entonces:

Agrupación de primer y tercer término: Tienen como factor común el término a^2.

Agrupación de segundo y quinto término: Tienen como factor común el término x^2.

Agrupación de cuarto y sexto término: Tienen como factor común el término $2xy$.

Reescribiendo se tiene:

$$a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2x^2y = a^2(x-2y) - x^2(a-x) + 2xy(a-x)$$

Si observamos detalladamente todavía podemos seguir factorizando, ya que el segundo y tercer término tienen como factor común el binomio(a-x), por lo tanto:

$$a^2(x\text{-}2y) + x^2(a\text{-}x) + 2xy(a\text{-}x) = a^2(x\text{-}2y) + (a\text{-}x)(\text{-}x^2 + 2xy)$$

El resultado final es:

Nota: La forma en que se agruparon los términos no es única, se le recomienda al estudiante que agrupe los términos de manera diferente para verificar que se obtiene el mismo resultado.

$$a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2x^2y = (x - 2y)(a^2 - ax + x^2)$$

Actividad

actividad extra-clase ○ actividad en clase ○ *Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.*

1) Factoriza

$3m^2 - 6mn + 4m - 8n$

$3m(m - 2n) + 4(2m - 2n)$

$= (m - 2n)(3m + 4)$

2) Factoriza

$3ax - 3x + 4y - 4ay$

$3x(a - 1) - 4y(-1 + a)$

$= (3x - 4y)(a - 1)$

3) Factoriza utlizando el factor común

a. 3m + 3 =
b. ab – ac + ad =
c. -6a – 6b =
d. 2x3 – 8x2 =
e. v3 + v2 – v =
f. 3πr + πr2 =
g. 4xn + 4xn+1 =

4) Factoriza por asociacion de términos

a. $a^2 + ab + ax + bx$
b. $4a^3 - 1 - a^2 + 4a$
c. $6ax + 3a + 1 + 2x$
d. $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a$
e. $n^2x - 5a^2y^2 - n^2y^2 + 5a^2x$
f. $4m^3 - 12amn - m^2 3n$
g. $3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b$

Énfasis finanzas

LA VERDADERA INTELIGENCIA CONSISTE EN SABER LO QUE ES APROPIADO MAS ALLÁ DE SABER ÚNICAMENTE SI ALGO ES **"BUENO O MALO".**

Robert kiyosaki

Trinomio Cuadrado Perfecto

UNIDAD PRODUCTIVA DE APRENDIZAJE N° 2

Antes de entrar en detalle sobre este caso es recomendable que tengas claro algunos conceptos básicos necesarios para poder reconocer y factorizar un trinomio cuadrado perfecto. Entre esos conceptos básicos se tienen los siguientes:

CUADRADO PERFECTO: Se dice que una cantidad es cuadrado perfecto cuando es el cuadrado de otra cantidad, es decir, cuando es el producto de dos factores iguales.

Ejemplo: $9b^2$ Es cuadrado perfecto

$$9b^2 = (3b)^2$$

RAÍZ CUADRADA DE UN MONOMIO: Para extraer la raíz cuadrada de un monomio se extrae la raíz cuadrada de su coeficiente y el exponente de la parte literal se divide entre dos.
Ejemplo: Extraer la raíz cuadrada de

$$49a^4b^6$$

Solución: $\sqrt{49a^4b^6} = 7a^{\left(\frac{4}{2}\right)}b^{\left(\frac{6}{2}\right)} = 7a^2b^3$

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO: Un trinomio es cuadrado perfecto cuando es el cuadrado de un binomio, o sea, el producto de dos binomio iguales.
Ejemplo:

$$(x+y)^2=(x+y)(x+y)=x^2+2xy+x^2$$

REGLA PARA CONOCER SI UN TRINOMIO ES CUADRADO PERFECTO

Un trinomio es cuadrado perfecto cuando el primero y tercer términos son cuadrados perfectos y positivos, y el segundo es el doble producto de sus raíces cuadradas.
Ejemplo: Dado $25x^2 + 10xy + y^2$ determine si es un Trinomio Cuadrado Perfecto.

Para determinar si es un trinomio cuadrado perfecto debemos aplicar la regla anterior, para ello debemos determinar si el primer y tercer término son cuadrados perfectos y si el segundo término es el doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer monomio.

$\sqrt{25x^2}=5x$

$\sqrt{y^2} = y$

$2 * 5x * y = 10xy$

Se cumplen las condiciones por lo tanto es un trinomio cuadrado perfecto.

$$25x^2 + 10xy + y^2$$

REGLA PARA FACTORIZAR UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

La regla para factorizar un trinomio cuadrado perfecto dice que se extrae la raíz cuadrada al primer y tercer términos del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado, que es la raíz cuadrada del trinomio, se multiplica por sí mismo o se eleva al cuadrado.
Ejemplos: Factorizar las siguientes expresiones.

a) $4x^2 \quad - \quad 20xy \quad + \quad 25y^2 \quad = (2x - 5y)^2$ Es TCP

$\sqrt{4x^2} = 2x \qquad 2.2x.5y \qquad \sqrt{25y^2} = 5y$

Ahora veamos varios ejemplo paso a paso:

1) $a^2 - 2ab + b^2$

Primero debemos verificar que se trata de un Trinomio Cuadrado Perfecto.

Cálculo de las raíces cuadradas del primer y tercer término. $\sqrt{a^2} = a \qquad \sqrt{b^2} = b$

Doble producto de las raíces: $2 * a * b = 2ab$

Si es un trinomio cuadrado perfecto por lo tanto aplicando la regla para factorizar, tenemos: $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

2) $16x^6 - 2x^3y^2 + \frac{y^4}{16}$

Primero debemos verificar que se trata de un Trinomio Cuadrado Perfecto.
Cálculo de las raíces cuadradas del primer y tercer término.

$$\sqrt{16x^6} = 4x^{\left(\frac{6}{2}\right)} = 4x^3 \qquad \sqrt{\frac{y^4}{16}} = \frac{\sqrt{y^4}}{\sqrt{16}} = \frac{y^{\left(\frac{4}{2}\right)}}{4} = \frac{y^2}{4}$$

Doble producto de las raíces:

$$2 * 4x^3 * \frac{y^2}{4} = 2x^3y^2$$

Si estamos en presencia de un trinomio cuadrado perfecto por lo tanto aplicando la regla para factorizar, tenemos:

$$16x^6 - 2x^3y^2 + \frac{y^4}{16} = \left(4x^3 - \frac{y^2}{4}\right)^2$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS

Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta.

Al estudiar los productos notables teníamos que:

$$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$$

El resultado es una diferencia de cuadrados, para este capítulo es el caso contrario:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Donde siempre la diferencia de cuadrados es igual al producto de la suma por la diferencia de sus bases.

Pasos:
Se extrae la raíz cuadrada de ambos términos.

Se multiplica la suma por la diferencia de estas cantidades (el segundo término del binomio negativo es la raíz del término del binomio que es negativo).

Ejemplo explicativo:

Factorizar: $x^2 - y^2$

raíces: $\sqrt{x^2} = x \quad \sqrt{y^2} = y$

respuesta: $(x + y)(x - y)$

Ejemplo:

$16m^2 - 9n^2 = (4m + 3n)(4m + 3n)$

$y^2 - (9(x - 1)^2 = [y + 3(x - 1)][y - 3(x\ \ 1)]$

$= (y + 3x - 3)(y - 3x + 3)$

EXPLICACIÓN

Es una resta de dos términos que son cuadrados (¿qué es un cuadrado?): x^2 es el cuadrado de x
9 es el cuadrado de 3

1) "Bajo las bases", como hacía en el Tercer Caso. Las bases son: x y 3
(¿qué son las bases?). Esto es simplemente una anotación, y no forma parte de la factorización. Pero es mejor ponerlo, para que el profesor vea que entendemos lo que estamos haciendo.

2) Pongo esas bases sumando y restando, entre paréntesis y multiplicándose. El resultado de la factorización es entonces:

$(x + 3)\bullet(x - 3)$ SUMA POR RESTA DE LAS BASES

Es decir: "Las bases sumadas, multiplicado por la bases restadas".

Recuerda las Características:

- Tienen dos términos (es un binomio = bi significa 2)
- El signo que los separa siempre es menos
- Las potencias de letras están elevadas con números pares 2, 4, 6…
- Tiene raíz cuadrada exacta el primer término
- Tiene raíz cuadrada exacta el segundo término

Forma de factorizar diferencia cuadrados:
Primero abro paréntesis

$16a - b^2$

Segundo saco raíz cuadrada al numero si no la sé, le saco los factores primos al número así:

Por cada pareja de 2 sale un dos

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

2 2

Multiplico los números circulados $\rightarrow$ $2 \times 2 = 4$ y esta es la raíz cuadrada 16

1) $($
2) $(4$
3) $(4a$
4) $(4a\ -$
5) $(4a - b$
6) $(4a - b)$
7) $(4a - b)(4a + b)$

Coloco la respuesta así: (4

Tercero saco la raíz cuadrada de la letra así:
a^2 divido siempre la potencia entre dos $a^{2/2} = a$
y la respuesta es la raíz de la letra.

Coloco la respuesta así (4***a***

Cuarto copio el signo.
Coloco (4***a*** -Quinto saco la raíz cuadrada del segundo término
siguiendo los pasos segundo y tercero. (4***a*** - ***b***
Coloco la respuesta así
Sexto cierro paréntesis.
así (4***a*** - ***b***)

Séptimo copio el primer paréntesis solamente que le cambio el signo a +.
así (4***a*** - ***b***) (4***a*** + ***b***)

Mensaje Oculto

Decifra este mensaje. Cada una de las expresiones que aparece debajo de las líneas, corresponde a una expresión faltante de los cuadros de abajo. Escribe la expresión faltante y pon encima de las líneas la letra correspondiente a la expresión.

$4 - 2 + y^2$ $2a + 3$ $y + 5$ $p^2 - 2p + 4$ $4 - 2y + y^2$ $16 + 12z + 9z^2$ $a^2 - a + 1$

$5 - 3y$ $p^2 - 2p + 4$ $4 - 2y + y^2$ $2a + 3$ $a^2 - a + 1$ $36a^2 - 24a + 16$

$2a + 1$ $4p^2 - 10p + 25$ $2a + 1$ $a^2 - a + 1$ $36a^2 - 24a + 16$

$4a + 1$ $4 - 2 + y^2$ $x^3 + y^3$

$2a + 3$ $4p^2 - 10p + 25$ $64t^2 - 72ty + 81y^2$ $x^3 + y^3$ $2a + 1$

$4 - 2y + y^2$ $36a^2 - 24a + 16$

$t^2 - ty + y^2$ $a^2 - a + 1$ $2a + 1$ $49t^2 - 21ty + 9y^2$ $x^3 + y^3$ $2a + 1$ $4 - 2y + y^2$ $x^3 + y^3$

$x + a$ $4 - 2y + y^2$ $2a + 1$ $49t^2 - 21ty + 9y^2$ $4 - 2y + y^2$

$4 - 2y + y^2$ $36a^2 - 24a + 16$ $p^2 - 2p + 4$ $2a + 1$ $x^3 + y^3$

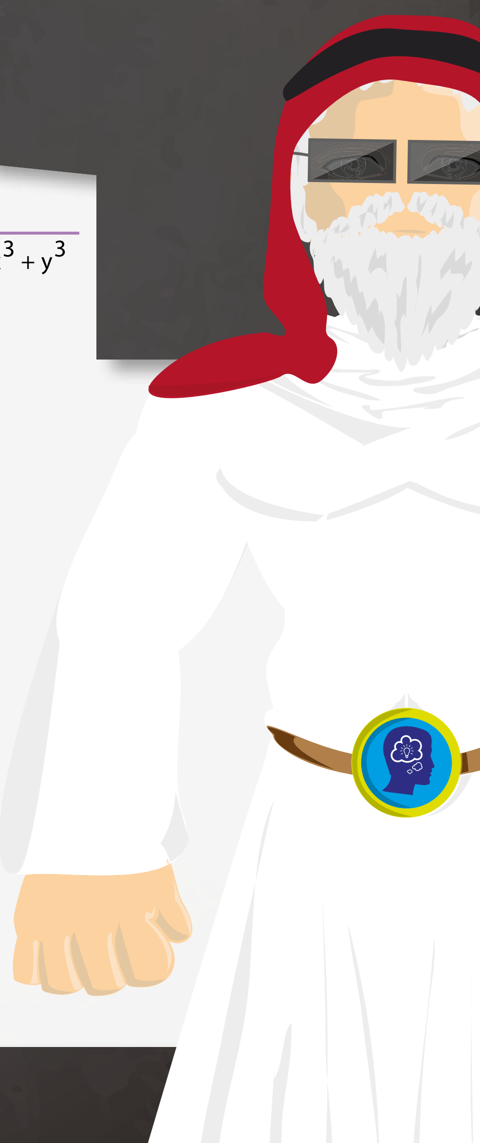
$25 + 5m + m^2$ $p^2 - 2p + 4$ $4 - 2y + y^2$ $2a + 1$ $49t^2 - 21ty + 9y^2$ $4 - 2y + y^2$

$a^3 - b^3$ $4 - 2y + y^2$ $x^3 + y^3$ $t^2 - ty + y^2$

$4a + 1$ $4 - 2y + y^2$ $2a + 1$ $a^3 - b^3$

$4p^2 - 10p + 25$ $64t^2 - 72ty + 81y^2$ $x^3 + y^3$ $y + 5$ $4 - 2y + y^2$

$2a + 1$ $x^3 + y^3$ $49t^2 - 21ty + 9y^2$ $p^2 - 2p + 4$ $4a + 1$ $x^3 + y^3$ $2a + 3$



Conocías...

El Papiro de Rhind

El Papiro de Rhind, muchas veces referido como “Papiro de Ahmes” es un documento antiguo, escrito sobre un material “de moda” en la antigüedad elaborado a partir de la pulpa obtenida de una planta acuática muy común en el río Nilo, en Egipto, conocido como papiro. Mide unos seis metros de largo y tiene casi 33 centímetros de ancho, y contiene una suerte de resumen del conocimiento matemático de la antigüedad. Los peritos estiman que el papiro fue escrito aproximadamente unos 1650 años antes de nuestra era, por un escriba llamado Ahmes. Pero los conceptos matemáticos que contiene son aún más antiguos, ya que como el propio escriba explica en el documento el papiro es básicamente una recopilación de textos anteriores, cuyo origen se remonta hasta unos 2000 años antes de nuestra era. No es posible determina a ciencia cierta la edad de cada uno de los 87 conceptos explicados en el documento, pero todos son de interés para los matemáticos, ya que incluye cuestiones aritméticas básicas, fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica.

A	$(x + y)(x^2 - xy + y^2) =$
B	$(x - y)(x^2 + xy + y^2) =$
C	$(a + b)(a^2 - ab + b^2) =$
D	$(a - b)(a^2 + ab + b^2) =$

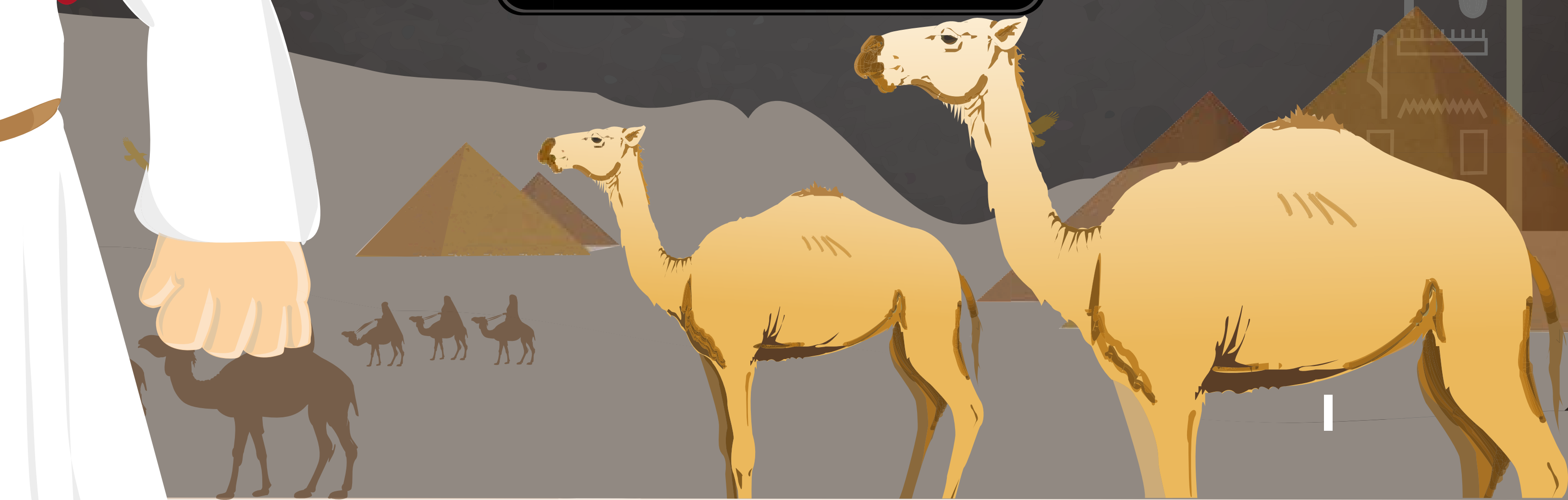
I	$(2p + 5)(\qquad\qquad) = 8p^3 + 125$
J	$(\qquad\qquad)(y^2 - 5y + 25) = y^3 + 125$
L	$(\qquad\qquad)(4a^2 - 6a + 9) = 8a^3 + 27$
M	$(\qquad\qquad)(x^2 - ax + a^2) = x^3 + a^3$

E	$(2 + y)(\qquad\qquad) = 8 + y^3$
F	$(5 - m)(\qquad\qquad) = 125 - m^3$
G	$(4 - 3z)(\qquad\qquad) = 64 - 27z^3$
H	$(2a + 4b)(\qquad\qquad) = 8a^3 + 64b^3$

R	$(\qquad\qquad)(16a^2 - 4a + 1) = 64a^3 - 1$
S	$(6a + 4)(\qquad\qquad) = 216a^3 + 64$
T	$(7t + 3y)(\qquad\qquad) = 343t^3 + 27y^3$
U	$(p + 2)(\qquad\qquad) = p^3 + 8$

N	$(\qquad\qquad)(4a^2 - 2a + 1) = 8a^3 + 1$
O	$(a + 1)(\qquad\qquad) = a^3 + 1$
P	$(t + y)(\qquad\qquad) = t^3 + y^3$
Q	$(\qquad\qquad)(25 - 15y + 9y^2) = 125 - 27y^3$

V	$(5 - m)(\qquad\qquad) = 125 - m^3$
X	$(\qquad\qquad)(4a^2 - 6a + 9) = 8a^3 + 27$
Y	$(\qquad\qquad)(x^2 - ax + a^2) = x^3 + a^3$
Z	$(8t + 9y)(\qquad\qquad) = 512t^3 + 729y^3$



Actividad

actividad extra-clase ◯ actividad en clase ◯ *Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.*

1) Los siguientes polinomios ¿son trinomios ordenados perfectos?

1. ($)^2 = 49x^2 - 14x + 1$

2. ($)^2 = 16m^2 - 30mn + 25n^2$

3. ($)^2 = y^2 + 6y + 9$

4. ($)^2 = h^2 + 4h + 8$

5. ($)^2 = x^2 + 10x + 25$

2) Escribe como suma por diferencia:

1. $196x^2y^4 – 22^5z12 =$

2. $1 – 9a^2b^4c^6d^8 =$

3. ( )( )= $49m^2 - 25$

4. ( )( )= $x^2 - 36y2$

5. ( )( )= $¼ - 25x^8$

3) Factoriza los siguientes trinomios como trinomios cuadrados perfectos.

1. $25m^2 + 130mn + 169n^2$
2. $s^2 + 4s + 4$
3. $484 - 88w + 4w^2$
4. $4a^2 - 12ab + 9b^2$
5. $36a^4 + 22a^2b + 4b^2$

Mapa Conceptual

Completa el siguiente mapa conceptual con los términos que encontrarás a continuación:

- Diferencia de cubos o suma
- Factor común
- Trinomios
- El máximo término común
- Agrupación
- Diferencia de cuadrados

FACTORIZACIÓN

Tipos

- ¿?
  - Se identifica
  - ¿?
  - Se identifica
  - Se divide la expresión algebraica original entre el máximo término común.
- ¿?
  - Se agrupan
  - Los términos con factores comunes, luego se factoriza
  - Se identifica
  - El máximo término común y se divide la expresión algebraica entre el máximo término común.
- ¿?
  - Se define
  - Si es trinomio cuadrado perfecto o de la forma x^2+cx+d
  - Se encuentra
  - La raíz cuadrada del término cuadrático
  - Después
  - Sigue los pasos específicos para cada uno de estos trinomios.
- ¿?
  - Se sigue
  - El proceso de agrupación
- ¿?
  - Se define
  - Cual de estas dos condiciones se cumple
  - Se obtiene
  - La raíz cúbico del primer y segundo término
  - Posteriormente
  - Se escribe el producto del binomio por el trinomio correspondiente

Comenzando con el fin en mente

¿Ya sabes lo que aprenderás en esta unidad académica?

Si aún no tienes claridad pregúntale a tu profesor.

Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción

En este caso se intenta transformar una expresión (binomio o trinomio), en otra igual en la que se pueda aplicar trinomio cuadrado perfecto. ***Ejemplo:***

resolviéndolo nos queda: $m^4 - 10m^2n^2 + 9n^4$

$$m^4 - 10m^2n^2 + 9n^4 + 4m^2n^2$$

$$m^4 - 6m^2n^2 + 9n^4 + 4m^2n^2$$

$$(m^2 - 3n^2)^2 - (2mm)^2$$

$$[(m^2 - 3n^2)^2 + 2mn][(m^2 - 3n^2) - 2mn]$$

APLICAMOS DIFERENCIA DE CUADRADOS:

Procedimiento

1º. Se extrae la raíz cuadrada de ambos términos
2º. Se halla el doble producto de las raíces halladas en el paso anterior
3º. Se suma y se resta el producto hallado en el paso anterior
4º. Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto así formado
5º. Se factoriza la diferencia de cuadrados

1) $x^4 + 64y^4$

Solución:

$x^4 + 64y^4$

x^2 y $8y^2$: raíz cuadrada de cada uno de los términos

$16x^2y^2$: doble producto de las raíces de los términos dados

De tal manera que:

$$x^4 + 64y^4 = x^4 + 64y^4 + (16x^2y^2 - 16x^2y^2) = (x^4 + 16x^2y^2 + 64y^4) - 16x^2y^2$$

$x^4 + 64y^4 = (x^2 + 8y^2)^2 - 16x^2y^2$ { factorizando el trinomio cuadrado perfecto} ,

$x^4 + 64y^4 = (x^2 + 8y^2 + 4xy)(x^2 + 8y^2 - 4xy)$ { factorizando el la diferencia de cuadrados} ;

$x^4 + 64y^4 = (x^2 + 4xy + 8y^2)(x^2 - 4xy + 8y^2)$ { ordenando}.

REGLA PARA FACTORIZAR UN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

I. Se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es x, o sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio.

II. En el primer factor, después de x se escribe el signo del segundo término del trinomio, y en el segundo factor, después de x se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del segundo término por el signo del tercer término.

III. Si los dos factores binomios tienen en medio signos iguales, se buscan dos números cuya suma sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio, mismos que serán los segundos términos de los binomios.

IV. Si los dos factores binomios tienen en medios signos distintos, se buscan dos números cuya diferencia sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. El mayor de estos números es el segundo término del primer binomio, y el menor es el segundo término del segundo binomio.

TRINOMIO DE LA FORMA

$$x^2 + bx + c$$

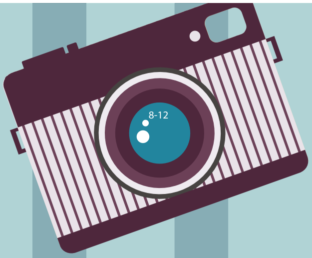
El trinomio se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es x, o sea la raíz cuadrada del primer término. En el primer factor, despues de x se escribe el signo del segundo término del trinomio y en el segundo factor, despues de x se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del segundo término del trinomio por el signo del tercer término del trinomio.

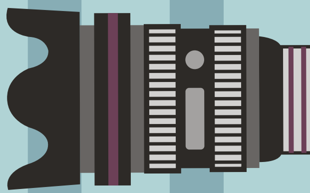
Si los dos factores binomios tienen en el medio signos iguales se buscan dos números cuya suma sea el valor del segundo término y cuyo producto sea el valor del tercer término del trinomio. Si los dos factores binomios tienen en el medio signos distintos se buscan dos números cuya diferencia sea el valor del segundo término y el producto sea el valor del tercer término del trinomio.

El mayor de estos números es el segundo término del primer binomio y el menor es el segundo término del segundo binomio. El signo del primer binomio, es el signo del segundo término del trinomio, el signo del segundo binomio es la multiplicación del signo del segundo y tercer término del trinomio

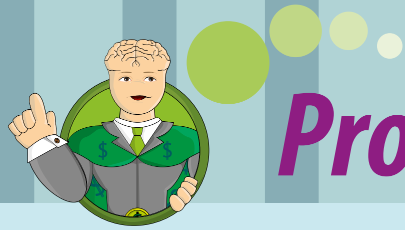
Para poder factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ ***se deben cumplir las siguientes condiciones:***

1º. El coeficiente del primer término es 1.
2º. El primer término es una letra cualquiera elevada al cuadrado.
3º. El segundo término tiene la misma letra que el primero pero con exponente uno y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.
4º. El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo término y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.





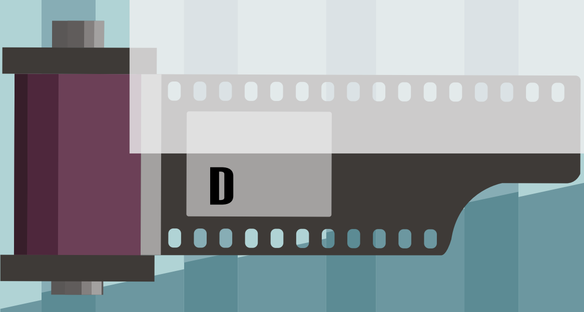
Proporción *Áurea*



De forma simple, la Proporción Áurea establece que lo pequeño es a lo grande como lo grande es al todo. Habitualmente esto se aplica a las proporciones entre segmentos. Esta razón ha sido venerada por toda cultura en este planeta. Podemos encontrarla en el arte, la composición musical, incluso en las proporciones de nuestro propio cuerpo, y en general en toda la Naturaleza "escondida" detrás de la secuencia de Fibonacci.

Investiga en que partes de tu cuerpo se pueden definir proporciones y aplica la proporción áurea en cada una de ellas, toma una fotografía de esas partes en tu cuerpo. Luego imprímela y con una hoja de papel mantequilla aplica la proporción áurea señalando con líneas. Ubica la hoja de papel mantequilla sobre la fotografía.

Finalmente pega sobre esta hoja las fotografías y realiza una exposición de tu trabajo frente a tu salón de clase.



La proporción áurea se da a partir de:

$$\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Este número aparece en la factorización del polinomio: $x^2 - x - 1$

Ejemplos: Factoriza las siguientes expresiones.

1) $x^2 + 6x + 9$

Pasos:

$$x^2 + 6x + 9 = (x + \alpha_1)(x + \alpha_2)$$
$$\alpha_1 + \alpha_2 = 6$$
$$\alpha_1 * \alpha_2 = 9$$

En este ejercicio es fácil ver que los valores son:
$\alpha_1 = \alpha_2 = 3$ por lo tanto la solución es:

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3)$$

2) $x^2+3x-10$

Pasos:

$x^2+3x-10=(x+a_1)(x-a_2)$
$a_1+a_2=3$
$a_1 * a_2=10$

En este ejercicio es fácil ver que los valores son:
$\alpha_1 = 5$ y $\alpha_2 = 2$ por lo tanto la solución es:

$$x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2)$$

Factoriza los siguientes trinomios de la forma $x^2 + bx + c$

A. $x^2 + 8x + 12$
B. $x^2 - 3x - 28$
C. $x^2 - 2x - 15$
D. $x^2 - 8x + 15$
E. $9x - 14 - x^2$
F. $20x - x^2 - 64$
G. $-y^2 - y + 110$
H. $x^2 + (a + b)x + ab$
I. $30 - 11m + m^2$
J. $-46 - 25y - y^2$

Actividad

actividad extra-clase ○ actividad en clase ○ *Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.*

Realiza los siguientes ejercicios:

1) $a^2 + ab + ax + bx =$
2) $ab - 2a - 5b + 10 =$
3) $am - bm + an - bn =$
4) $3x^2 - 3bx + xy - by =$
5) $3a - b^2 + 2b^2x - 6ax =$
6) $ac - a - bc + b + c^2 - c =$
7) $ab + 3a + 2b + 6 =$

Ten en cuenta las características de cada tipo de trinomio y da un ejemplo.

A. Cuadrado perfecto
B. No cuadrado perfecto
C. De la forma $x^2 + bx + c$
D. Que no sea de forma $x^2 + bx + c$
E. Cuadrado perfecto y de la forma $x^2 + bx + c$
F. De la forma $ax^2 + bx + c$.
G. De la forma $ax^2 + bx + c$ y cuadrado perfecto.

Factoriza los siguientes trinomios.

A. $a^2 + 6a + 9$
B. $a^2 - 6a + 9$
C. $4z^2 - 12yz + 9$
D. $xy^2 + 2yx + x$
E. $xy^2 - 2yx + x$
F. $-a^2 - 6a - 9$
G. $x^2 - 4yx + 4y^2$
H. $0{,}01x^2 + 0{,}02yx + 0{,}01y^2$
I. $\frac{1}{4} - 3x + 9x^2$
J. $\frac{25}{4}x + \frac{5}{3}\sqrt{x}\sqrt{y} + \frac{5}{3}y$

Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica tus respuestas.

a. Un polinomio de la forma $P(x) = (mx + n)^2$ tiene un sólo punto de interserccíón con el eje X.
b. La gráfica de un polinomio de la forma $Q(x) = (mx + n)2$
c. Un polinomio de la forma $P(x) = (mx + n)^2$ es un trinomio cuadrado perfecto.
d. La gráfica de $P(x) = (x + 1)(x - 2)$
e. La gráfica de todo trinomio cuadrático tienen dos puntos de intersección en Y.
f. Un polinomio de la forma $P(x) = ax^2 + bx + c$ es cuadrático sólo si $a \neq 0$.

Trinomio de la forma ax^2+bx+c

Para factorizar este tipo de trinomios realizaremos lo siguientes pasos.

1º. Multiplicar el trinomio por el coeficiente del primer término, dejando indicado el producto de ***a*** por ***bx***

$$a(ax^2+bx+c)=(a^2x^2+b(ax)+ac)$$

2º. Reescribimos la expresión como: $(ax)^2+b(ax)+ac$ y aplicamos el procedimiento empleado para factorizar trinomios de la forma x^2+bx+c

Ejemplos: Factorizar las siguientes expresiones. $6x^2+7x+2$

Pasos:

$$6(6x^2+7(6x)+2)=(6^2x^2+7(6x)+12)$$
$$(6x)^2+7(6x)+12$$

A partir de este momento se trabaja con el procedimiento para factorizar trinomios de la forma ax^2+bx+c , es decir,

$$(6x)^2+7(6x)+12=(6x+\alpha_1)(6x+\alpha_2)$$
$$\alpha_1+\alpha_2=7$$
$$\alpha_1*\alpha_2=12$$

En este ejercicio es fácil ver que los valores son:
$\alpha_1=4$ y $\alpha_2=3$ por lo tanto la solución es:

$$(6x)^2+7(6x)+12=(6x+4)(6x+3)$$

Pero como inicialmente multiplicamos por 6, se debe dividir por 6 para obtener la solución final, tenemos entonces:

$$6x^2+7x+2=\frac{(6x+4)(6x+3)}{6}$$

Como ninguno de los binomios es divisible por 6, se descompone el 6 en 2 * 3, para tener:

$$\frac{(6x+4)(6x+3)}{6}=\frac{(6x+4)(6x+3)}{2*3}$$
$$=\frac{(6x+4)}{2}\frac{(6x+3)}{3}=(3x+2)(2x+1)$$

CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

Teniendo en cuenta que los productos notables nos dicen que:

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \quad \text{y}$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

es decir que debe cumplir con las siguientes características:

1º. Debe tener cuatro términos.
2º. Que tanto el primero como el último término sean cubos perfectos
3º. Que el segundo término sea aproximadamente el triplo del cuadrado de la raíz cúbica del primer término multiplicado por la raíz cúbica del último término.
4º. Que el tercer término sea más que el triplo de la raíz cúbica del último .
5º. Raíz cúbica de un monomio:esta se obtiene tomando la raíz cúbica de su coeficiente y dividiendo el exponente de cada letra entre 3.

Factorar un expresión que es el cubo de un binomio:

$$(1+12a+48a^2+64a^3)$$

SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

Para esto debemos recordar que:

$$\frac{a^3+b^3}{a+b}=a^2-ab+b^2$$
$$\frac{a^3-b^3}{a-b}=a^2+ab+b^2$$

Factorizar: $8x^3 - 125$	
$8x^3 - 125$	Para poder factorizar el binomio como una diferencia de cubos debemos de obtener la raíz cúbica de cada uno de los términos por separado. Así tenemos que para el primero es 2x y para el segundo es 5.
$(2x - 5)(4x^2 + 10x + 25)$	La factorización se forma como el producto de un binomio por un trinomio, de esta manera el binomio se forma por la diferencia de las dos raíces cúbicas obtenidas en el paso anterior. El trinomio se forma elevando al cuadrado el primer término del binomio, más el producto del primer y segundo término del binomio, más el segundo al cuadrado.

Tenemos que tener en cuenta las siguientes reglas para desarrollarlo:

1º. La de sus cubos perfectos se descompone en dos factores: 1. La suma de sus raíces cúbicas 2. El cuadrado de la primera raíz, menos el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

2º. La diferencia de dos cubos perfectos se descompone en dos factores: 1. Diferencia de sus raíces cúbicas. 2. El cuadrado de la primera raíz, más el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

Tic - Tálgebra

Para esta actividad se necesitan dos tableros: uno de juego y otro con los factores; también deberás reunir 25 granos para cada jugador, que reemplacen las fichas de juego para cada uno. Ejemplo: un jugador utiliza 25 granos de lentejas y el otro 25 granos de fríjoles.

TABLERO DE JUEGO

$x^2-7x+12$	x^2-3x+2	x^2-16	$x^2+8x+16$	x^2-x
x^2+5x+4	x^2-4x	x^2+2x-3	x^2+x	x^2+1
$x^2-8x+16$	x^2-5x+6	x^2-4x+4	$x^2+7x+12$	x^2-2x-8
x^2-4	x^2+2x	x^2-6x+9	x^2-9	x^2+3x-4
x^2-2x+1	x^2-2x-3	x^2-2x	x^2	x^2+5x+6
x^2-6x+8	x^2+4x+4	x^2+2x-8	x^2+3x	x^2-4x+3
x^2+6x+9	x^2+x-2	x^2+4x+3	x^2-x-2	x^2-3x
x^2-3x-4	x^2+x-12	x^2-x-6	x^2+4x	x^2+6x+8
x^2+3x+2	x^2+2x+1	x^2-5x+4	x^2-x-12	x^2+x-6

TABLERO DE FACTORES

$x-4$	$x-3$	$x-2$
$x-1$	x	$x+1$
$x+2$	$x+3$	$x+4$

Es un juego para dos jugadores, que usan cada uno granos de un color o tipo diferente. Uno lo utilizan para marcar en el tablero de factores y los otros para el tablero del juego.

• El objetivo del juego es lograr una fila de cuatro fichas, en horizontal, vertical o diagonal.

• El jugador que comienza el juego coloca uno de sus granos y otro del oponente en el tablero de factores, en la misma o diferentes casillas, a su elección. Multiplica las expresiones que hay en ellos y pone uno de sus granos en la casilla del tablero del juego en que esté el producto. Por ejemplo, si coloca su ficha en $(x-1)$ y la de su oponente en (x), colocará su ficha en $(x^2 - x)$.

• El segundo jugador (y así serán las jugadas siguientes) mueve su grano del tablero de factores a la casilla que quiera dentro de este tablero (incluída la que está ocupada por el grano de su adversario), y multiplica la expresión que haya en ella por la que hay en la casilla donde está el grano de su contrario. Luego, coloca, en el tablero del juego, un grano en la casilla del producto. En el ejemplo anterior, si cambia su grano de la casilla (x) en que estaba a la $(x+1)$, pondrá uno de sus granos en la casilla $(x^2 + x)$ del tablero del juego.

• Si uno de los jugadores realiza mal el producto u obtiene un producto que ya está ocupado en el tablero de juego, pierde su turno. El otro jugador podrá, si quiere, mover en su turno los dos granos del tablero de factores (es decir, como si empezara de nuevo el juego).

• Gana el primer jugador que consigue hacer una línea de cuatro fichas de su color (en horizontal, vertical o diagonal).

Actividad

actividad extra-clase ○ actividad en clase ○ *Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.*

1. Factorización de trinomio por la forma
$ax^2 + bx + c$

1) $6x^2 - 7x - 3 =$
2) $20x^2 + 7x - 6 =$
3) $2x^2 + 3x - 2 =$
4) $6x^2 + 7x + 2 =$
5) $6x^2 - 6 - 5x =$
6) $4a^2 + 15a + 9 =$

2. Suma o diferencia de cubos.

1) $a^3 - 8 =$
2) $x^3 + 1 =$
3) $27a^3 + b^6 =$
4) $8x^3 - 125 =$
5) $27m^6 + 64n^9 =$
6) $1 + a^3 =$
7) $x^3 + y^3 =$

Escribe qué piensas acerca de la afirmación que plantea la frase.

"CUANDO ME DESESPERO, RECUERDO QUE A TRAVÉS DE LA HISTORIA, LOS CAMINOS DE LAVERDAD Y DEL AMOR SIEMPRE HAN TRIUNFADO. HA HABIDO TIRANOS, ASESINOS, Y POR UN TIEMPO PUEDEN PARECER INVENCIBLES, PERO AL FINAL, SIEMPRE CAEN".

MAHATMA GANDHI