B. Traslaciones

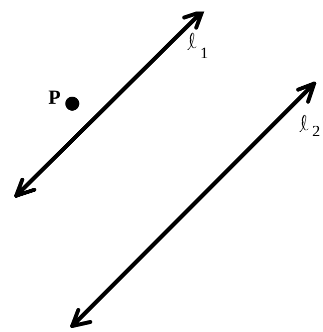
Definición:

Sea P un punto en un plano y ℓ_1 y ℓ_2 dos rectas paralelas, en ese mismo plano. Una **traslación** es la composición de dos reflexiones sobre dichas rectas, de la forma siguiente:

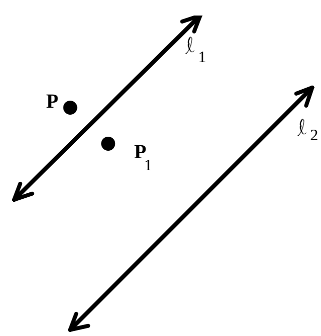
Primero se refleja el punto P sobre la recta ℓ_1 y luego se refleja esta reflexión sobre la recta ℓ_2.

Ejemplos.

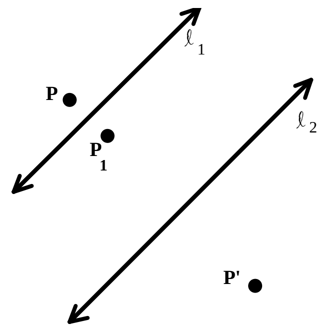
1. En la figura, se muestra un punto P y dos rectas paralelas, ℓ_1 y ℓ_2. Halle la traslación del punto P sobre estas rectas, reflejándolo primero con respecto a ℓ_1 y luego con respecto a ℓ_2.



En la siguiente gráfica, P_1 representa la reflexión del punto P con respecto a la recta ℓ_1.

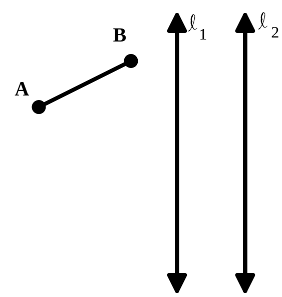


Si reflejamos P_1 sobre la recta ℓ_2, obtenemos P′ que es la traslación del punto P, sobre las dos rectas.

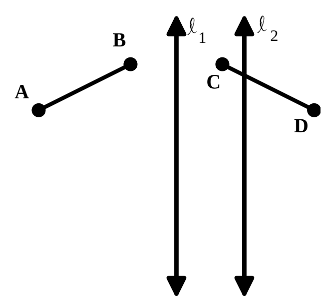


Observe que los puntos P, P_1 y P′ son colineales y la recta que los contiene es perpendicular tanto a ℓ_1 como a ℓ_2. Además, la distancia entre P y ℓ_1 es igual a la distancia entre P_1 y ℓ_1, y la distancia entre P_1 y ℓ_2 es igual a la distancia entre P′ y ℓ_2. Por lo tanto, la distancia ente P y P′ es el doble de la distancia entre las dos rectas.

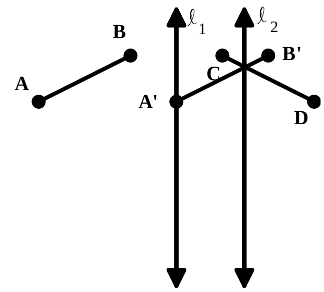
2. En la figura que se muestra a continuación, halle la traslación del $\overline{AB}$ sobre las rectas ℓ_1 y ℓ_2, reflejándolo primero con respecto a ℓ_1 y luego sobre ℓ_2.



El $\overline{CD}$ en las figuras que siguen es la reflexión del $\overline{AB}$ sobre la recta ℓ_1.

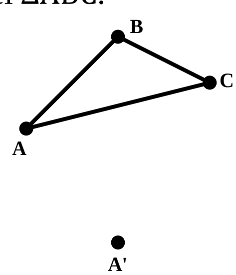


El $\overline{A'B'}$ es la reflexión del $\overline{CD}$ sobre la recta ℓ_2. Por lo tanto, el $\overline{A'B'}$ es la traslación del $\overline{AB}$ sobre las rectas ℓ_1 y ℓ_2.



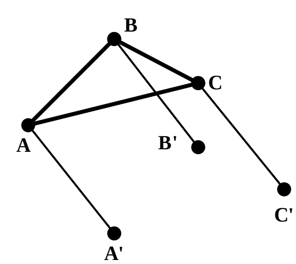
Por el ejemplo anterior, podemos concluir que la distancia entre A y A′ es igual a la distancia entre B y B′ y que es igual al doble de la distancia entre las rectas. Así, el $\overline{AB}$ se trasladó el doble de la distancia entre las rectas.

3. Considere al ΔABC en la figura a continuación y suponga que el punto marcado como A′ es una traslación del punto A. Halle la traslación (la imagen) del ΔABC.

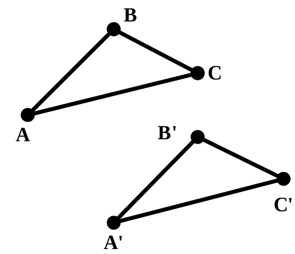


Como las traslaciones se mueven perpendiculares a las rectas, los movimientos de los puntos hacia sus imágenes son todos paralelos entre sí y de la misma magnitud.

Así, lo primero que hacemos es trazar el $\overline{AA'}$ y luego construir dos segmentos adicionales paralelos a $\overline{AA'}$ y de igual magnitud que éste; uno comenzando en B, y el otro comenzando en C. Los otros extremos de estos segmentos los denotamos como B′ y C′, respectivamente.



Si conectamos estos puntos entre sí obtenemos el $\Delta A'B'C'$.



Los ejemplos y las observaciones anteriores dan lugar a las siguientes propiedades:

1. Toda traslación conserva

    a. colinealidad
    (La imagen de un segmento es otro segmento.)

    b. intermediación de los puntos
    (Si A, B y C son tres puntos colineales y B está entre A y C entonces B′ está entre A′ y C′.)

    c. distancia
    (La longitud de un segmento y la de su imagen son iguales.)

    d. medida de ángulo ($m\angle ABC = m\angle A'B'C'$)

    e. área y perímetro de polígonos

2. La imagen de cualquier polígono, bajo una traslación, es otro polígono congruente a éste.

3. Las traslaciones preservan orientación. Observe el ejemplo anterior. Si recorremos el ΔABC de A a B y luego a C, lo hacemos a favor de las manecillas del reloj. Si hacemos lo mismo con el $\Delta A'B'C'$, el recorrido se hace también a favor de las manecillas del reloj.

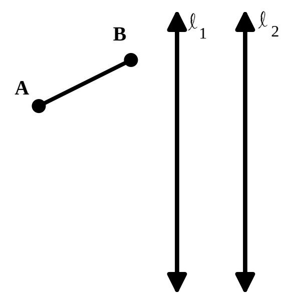
4. Bajo una traslación, todos los puntos recorren la misma distancia y en la misma dirección.

Ejercicios:

1. Si dos rectas paralelas tienen una separación de 7 cm, ¿cuál es la distancia entre cualquier punto P y su imagen bajo una traslación con respecto a estas dos rectas?

2. Si en una traslación de una figura, uno de los puntos de la figura se traslada 3 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia arriba, ¿qué le ocurre a los demás puntos de la figura?

3. La figura que se muestra a continuación es la misma que usamos en el ejemplo 2 de esta sección. Halle la traslación del $\overline{AB}$ sobre las rectas ℓ_1 y ℓ_2, pero esta vez, refleje primero con respecto a ℓ_2 y luego sobre ℓ_1. La traslación obtenida, ¿es la misma que la del ejemplo citado?



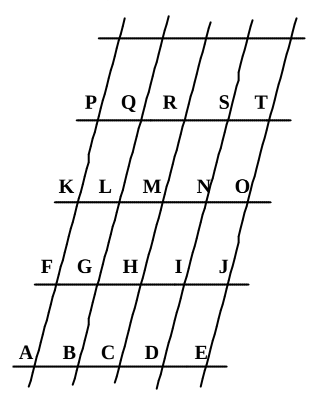
4. En la figura que se muestra a continuación, una traslación proyecta el punto A sobre el punto G. Determine la imagen de cada uno de los siguientes componentes:

   a. F

   b. $\overline{GL}$

   c. $\overline{CM}$

   d. $ABLK$ ▱

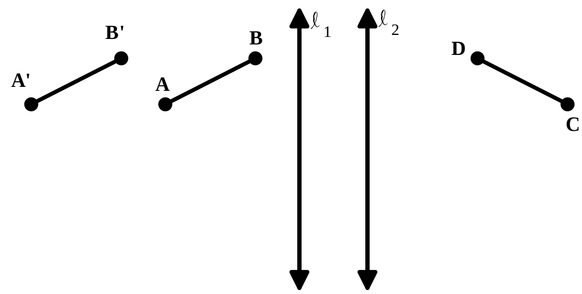


Verifique sus respuestas.

Contestaciones a los ejercicios.

1. 14 cm

2. Todos los puntos de la figura se trasladan 3 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia arriba.

3. 

El $\overline{CD}$ es la reflexión del $\overline{AB}$ con respecto a ℓ_2 y el $\overline{A'B'}$ es la reflexión de $\overline{CD}$ con respecto a ℓ_1, por lo tanto, es la traslación de $\overline{AB}$.

Si comparamos esta traslación con la del ejemplo 2, vemos que la distancia de traslación es la misma pero en dirección opuesta.

4. a. L

   b. $\overline{MR}$

   c. $\overline{IS}$

   d. GHRQ$\square$