A

Una mosca en un tarro de cristal.
¡El secreto de los malabaristas, al fin revelado!

EQUILIBRIO ROTACIONAL Y DINÁMICA ROTACIONAL

MECÁNICA

CONCEPTOS CLAVE

ZONA DE JUEGO:

Relaciona con una línea los términos (Conceptos claves) con la imagen según corresponda.

Equilibrio rotacional:

Estado de un cuerpo en que los torques que actúan sobre él en sentido horario son iguales a los torques en sentido antihorario.

Equilibrio traslacional:

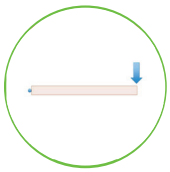
Estado de un cuerpo en que la fuerza neta aplicada es cero.

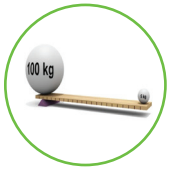
Roce :

Fuerza que siempre se opone al movimiento relativo entre dos superficies. También se conoce como fricción o roza-miento.

Torque :

Magnitud vectorial que da una medida de la capacidad de una fuerza para provocar una rotación acelerada alrededor de un eje dado, esto es, una rotación de frecuencia variable.





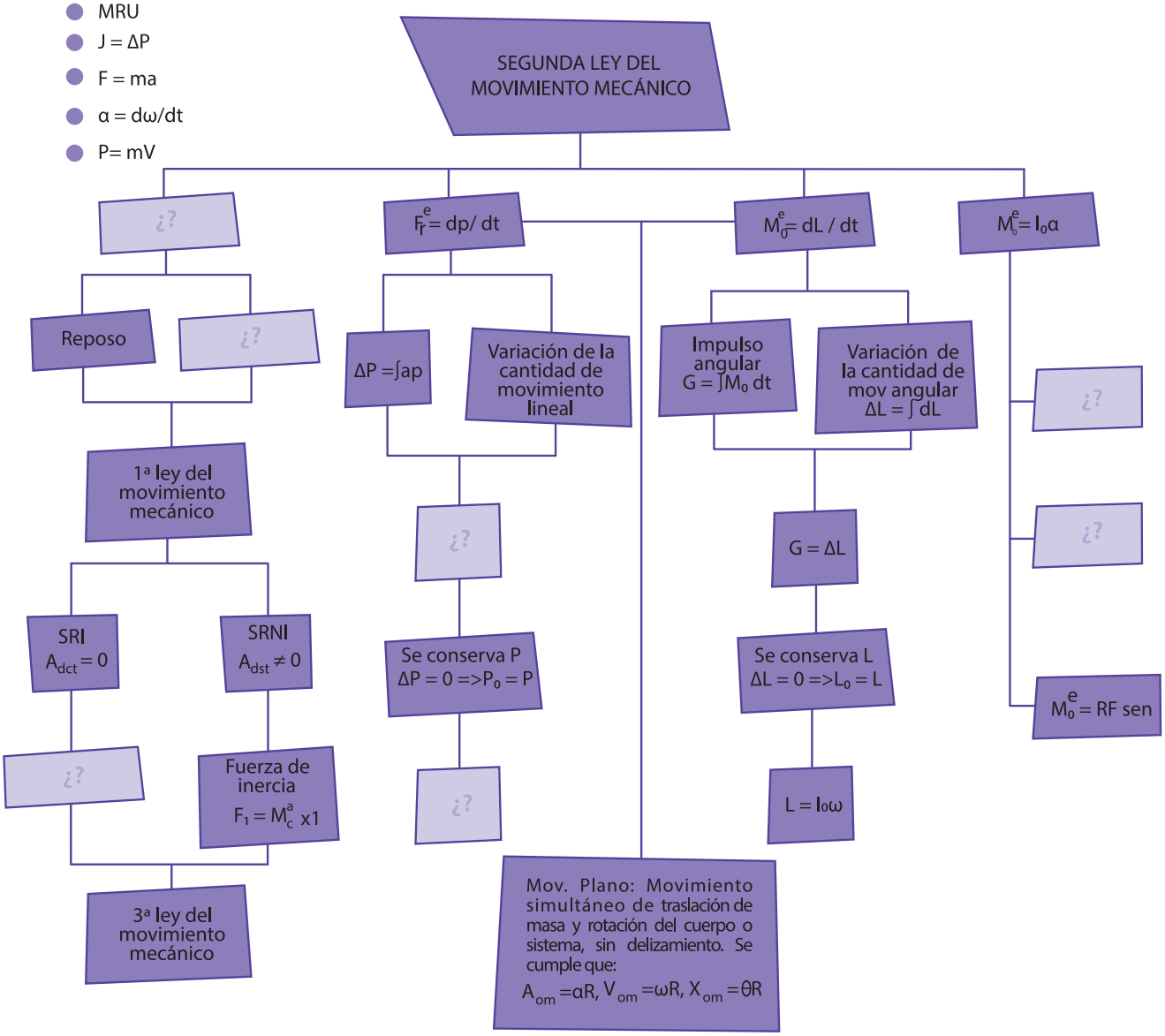
En este espacio responde la pregunta que se encuentra en la parte superior.

B

Mapa conceptual

Completa el siguiente mapa conceptual con los términos que encontrarás a continuación:

- $I_0 = kmR^2$
- Fuerzas de interacción
- MRU
- $J = \Delta P$
- $F = ma$
- $\alpha = d\omega/dt$
- $P = mV$



Comenzando con el fin en mente

¿Ya sabes lo que aprenderás en esta unidad académica?

Si aún no tienes claridad pregúntale a tu profesor.

Fuerza y rotación

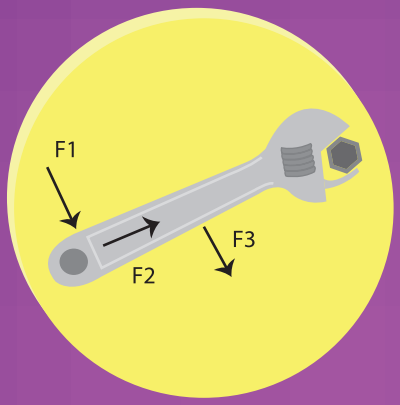
UNIDAD PRODUCTIVA DE APRENDIZAJE N° 1

En ocasiones la aplicación de una fuerza puede provocar la rotación de un cuerpo. Como la chica de la imagen que empuja una de las alas de la puerta giratoria y la obliga a rotar alrededor de un eje vertical.

Durante la rotación, en este u otro caso, hay un punto (o un eje) que permanece fijo y el sistema gira alrededor de él.

Agreguemos a la situación de la puerta giratoria otros ejemplos cotidianos: Ajustar una tuerca con una llave.

El giro de la tuerca está originado en la fuerza que se aplica a la herramienta.



La fuerza que se hace sobre los pedales de la bicicleta provoca una rotación que se transmite a las ruedas.En todos estos casos se debe aplicar una fuerza de cierta manera y en un determinado lugar.

Analicemos esto con más cuidado. Por ejemplo: si en la llave de tuercas de la figura se aplica la fuerza F2, en la dirección del mango, no se logra ningún efecto de ajuste o desajuste. En cambio si la aplicamos perpendicularmente al mango, la llave gira (F3).

Pero hay más. La experiencia muestra que es mucho más efectivo aplicar la fuerza lo más lejos posible de la tuerca (F1).

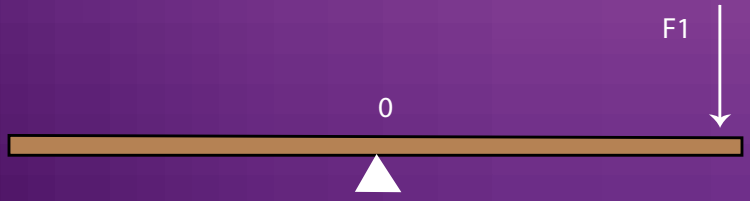
Esto nos plantea la necesidad de considerar dos magnitudes al analizar el estado de rotación de un cuerpo: la fuerza que se aplica y la distancia a la cual se la aplica.

Daremos aquí una nueva definición que nos resultará muy útil a la hora de comprender y describir el equilibrio rotacional.Se llama Torca o Torque al producto entre la fuerza aplicada y la distancia a la cual se la aplica medida, generalmente, desde el punto que permanece fijo.

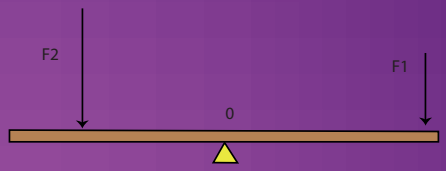
Así como una fuerza provoca una traslación, un torque produce una rotación.El torque mide, de alguna manera, el estado de rotación que provoca la fuerza o la tendencia a producir una rotación.

Del mismo modo que puede evitarse el desplazamiento de un objeto aplicando una fuerza contraria a la que lo hace mover, puede evitarse una rotación aplicando un torque contrario al que lo hace girar.

Por ejemplo, si a la tabla de la figura se le aplica la fuerza F1 se la hace rotar, alrededor de O, en sentido de las agujas del reloj (sentido horario).



Si aplicamos del otro lado otra fuerza F2 logramos un efecto de rotación opuesto (contrario a las agujas del reloj), que puede equilibrar al sistema



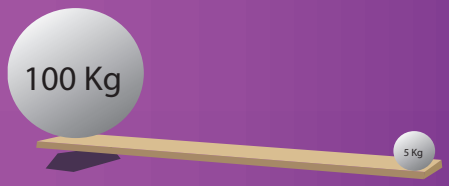
Si la tabla queda en equilibrio, se cumple que:

El torque de F1 es igual en valor y opuesto en sentido al de F2.

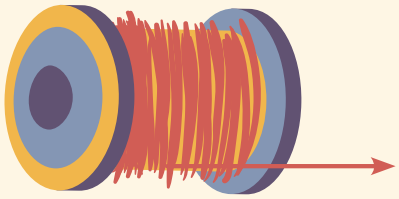
Observe que no es necesario que las fuerzas sean iguales; deben ser iguales los torques que provocan. Es decir:

$$F1 \cdot d1 = F2 \cdot d2$$

donde d1 y d2 son las distancias respectivas al punto O.

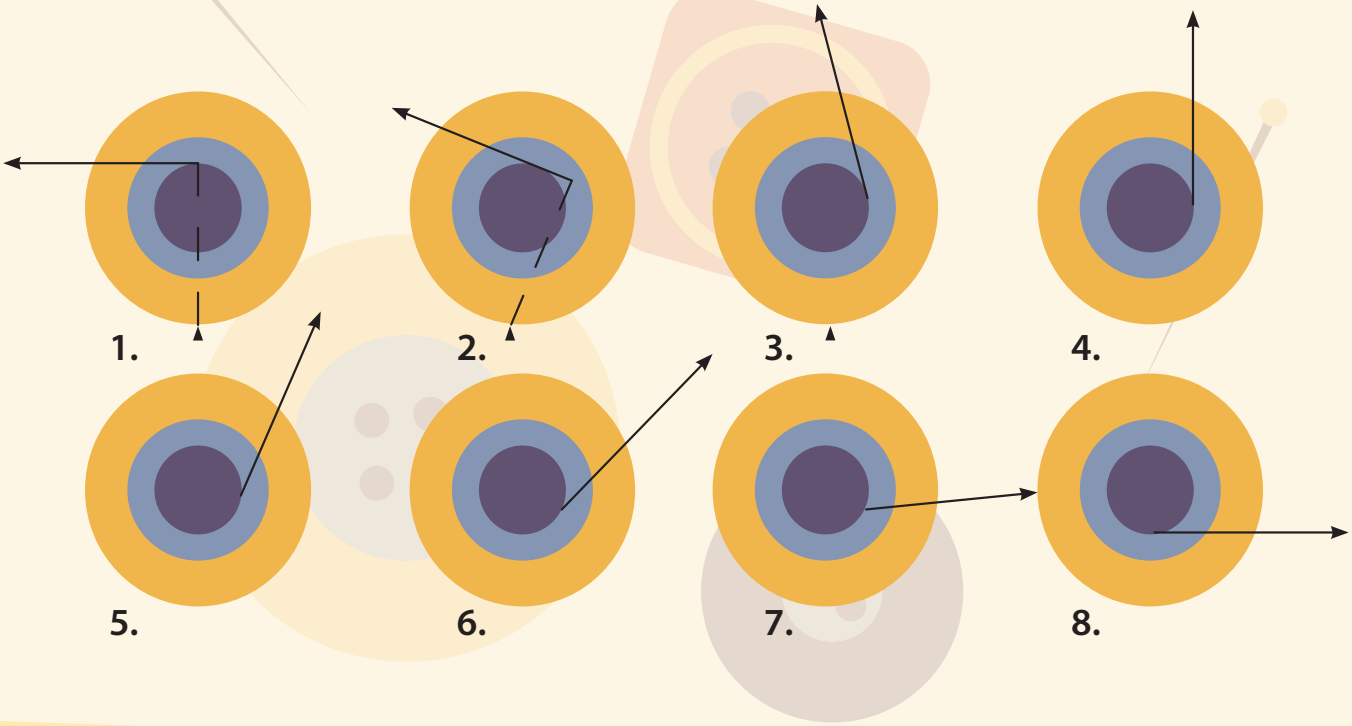


La masa de 100 kg (con un peso de 1000 N) y ubicada a 1 cm (0,01 metros) del punto de apoyo, provoca el mismo torque que la masa de 5 kg (50 N de peso) colocada a una distancia de 20 cm (0,2 metros):
F1 . d1 = F2 . d2
1000 N . 0,01 m = 50 N . 0,2 m
10 Nm = 10 Nm



Tira del hilo suavemente y el carrete rueda. La dirección de rodadura depende de la forma en que se aplique la torca.

En (1) y (2) abajo, la fuerza y el brazo de palanca se indican para la torca respecto al punto donde se tocan las superficies (indicado con el "punto de apoyo" triangular). El brazo de palanca es la línea interumpida, distinta para cada posición del tirón.



Responde:

a) Traza el brazo de palanca para las demás posiciones.

b) El brazo de palanca es mayor cuando el hilo está (arriba) (abajo) del eje del carrete.

c) Para determinado tirón, el momento de torsión (torca) es mayor cuando el hilo está (arriba) (abajo).

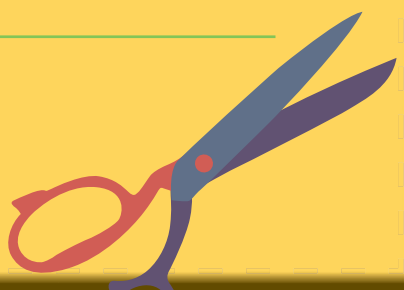
d) Para el mismo tirón, la aceleración rotacional es mayor cuando el hilo está (arriba) (abajo) (no hay diferencia).

e) ¿En qué posiciones rueda el carrete hacia la izquierda? _____

f) ¿En qué posiciones rueda el carrete hacia la derecha? _____

g) ¿En qué posición no rueda el carrete? _____

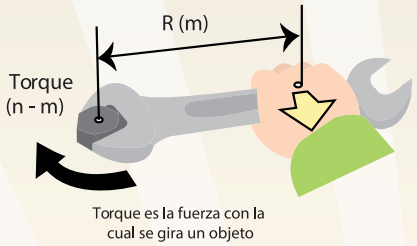
h) ¿Por qué el carrete se desliza y no rueda en esta posición? _____



TORQUE

El torque puede entenderse como el momento de fuerza o momento dinámico. Se trata de una magnitud vectorial que se obtiene a partir del punto de aplicación de la fuerza. La misma está constituida por el producto vectorial (el vector ortogonal que surge tras una operación binaria entre un par de vectores de un espacio euclídeo de tres dimensiones). En este sentido, el torque hace que se produzca un giro sobre el cuerpo que lo recibe. La magnitud resulta propia de aquellos elementos donde se aplica torsión o flexión, como una viga o el eje de una máquina. El momento de fuerza puede expresarse a través de la unidad newton metro.

El concepto también permite nombrar al par motor, que es el momento dinámico que ejerce un motor sobre el eje de transmisión de potencia. La potencia del par motor será proporcional a la velocidad angular del mencionado eje.La torsión en general, por otra parte, puede recibir el nombre de torque. El concepto, en este caso, está relacionado con la medición de una curva.



Momento o torque de una fuerza (δ): es una magnitud de origen derivada, de naturaleza vectorial cuya unidad es el newton por metro (Nm). Que se caracteriza por tener un efecto rotatorio y matemáticamente se expresa como
δ= F x d

Fórmula general: si la fuerza F forma un ángulo agudo θ con la barra, entonces el momento o torque producido es **δ = F d sen θ**
Donde d es la distancia o brazo desde el eje de giro hasta el punto de aplicación de la fuerza.

Módulo. Es igual al producto de la fuerza "F", por la distancia trazada desde el centro de giro "A", Perpendicularmente a la línea de acción de la fuerza. MF = F. d Unidades: N. m ; N , cm
Dirección. Es perpendicular al plano de rotación, determinado por la línea de acción de la fuerza y el centro de giro.

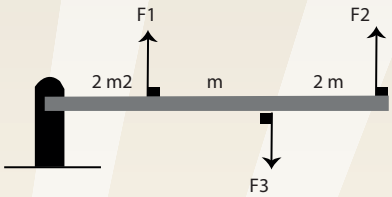
Sentido. Se determina aplicando la "Regla de la Mano Derecha", Los dedos indican el sentido de giro y el pulgar el sentido del vector momento de una fuerza. Tiene la misma dirección y sentido de la velocidad angular.

Signo. El momento es positivo si el giro es antihorario (+) y negativo si el giro es horario (-).

CASOS PARTICULARES

Cuando la línea de acción de la fuerza pasa por el centro de giro el momento de la fuerza es cero. δ = F. d, donde d = 0

Cuando la fuerza actúa perpendicularmente a la barra.

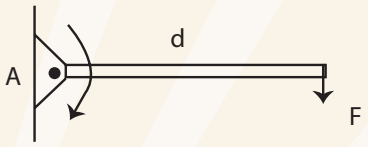


δ = +F. d Giro antihorario
δ = -F. d Giro Horario

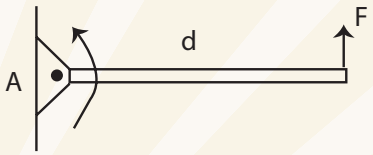
Ejemplo. En la figura, determinar el momento resultante respecto al punto A.
F1 = 3 N; F2 = 7 N; F3 = 5 N

Resolución:
δT = Σ δ = δ 1 + δ 2 + δ 3
S =>
δT = Σ δ = 3 N (2 m) + 7 N (6–m) 5 N (4 m)
δT = 6 N.m + 42 N.m – 20 N.m

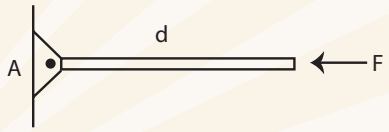
Torque o momento de una fuerza:
N.m. N.cm Giro Horario, el momento es negativo. δT = -F . d



Giro antihorario, el momento es positivo.
δT = +F . d



Si la línea de acción de la fuerza pasa por el centro de giro, entonces el momento es nulo. δT = 0



UN EJEMPLO CLARO SE PODRÍA DAR EN LOS PLATOS DE LAS BICICLETAS QUE A MAYOR RADIO MAYOR TORSIÓN SE GENERA Y ESTO SE TRADUCE EN MAYOR VELOCIDAD.

E

Actividad

actividad extra-clase ○ actividad en clase ○

Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.

1) Un niño de 40(kg) se sienta en el extremo de un balancín de 4(m) de largo con un punto de apoyo en el centro.
¿A qué distancia del centro debe ubicarse otro niño de 60(kg) para quedar equilibrados?

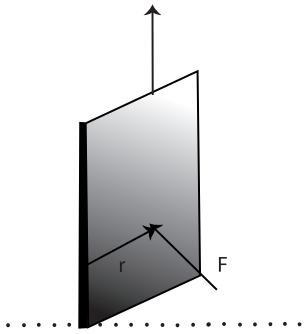
2) Dos niños están de pie jugando en los dos extremos del tablón de un balancín. Uno de ellos pesa más que el otro, pero sin embargo, el tablón se encuentra en equilibrio. De acuerdo con esta información se puede inferir que el punto de apoyo:

a) se encuentra más cerca del niño de mayor peso.
b) se encuentra más cerca del niño de menor peso.
c) se encuentra al centro del balancín.
d) se encuentra en el extremo donde está el niño de mayor peso.
e) se encuentra en el extremo donde está el niño de menor peso.

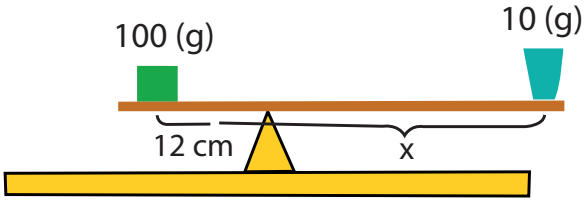
3) Para que el torque de una fuerza sea numéricamente igual al producto de la magnitud de la fuerza por el brazo debe ocurrir que:

a) la fuerza sea paralela al brazo.
b) la fuerza sea perpendicular al brazo.
c) la fuerza y el brazo formen un ángulo de 0º.
d) la fuerza y el brazo formen un ángulo de 180º. e) el ángulo que forman la fuerza y el brazo puede ser cualquiera.

4) Se aplica una fuerza de 40 (N) para abrir una puerta. Si se aplica en un punto donde el radio de giro mide 0,4 (m) desde el eje con bisagras. Determina el valor del torque.



5) A través del torque es posible establecer el equilibrio. En la figura se observa un balancín que puede oscilar en torno a un pivote. Si el sistema que se ilustra en la figura está en perfecto equilibrio ¿Cuál es la distancia X?



"UNA EXPERIENCIA **NUNCA ES UN FRACASO,** PUES SIEMPRE VIENE A DEMOSTRAR ALGO"

Thomas Alva Edison

Centro de masa y gravedad

El centro de gravedad es el centro de simetría de masa, donde se intersecan los planos sagital, frontal y horizontal. En dicho punto, se aplica la resultante de todas las fuerzas de gravedad que actúan sobre un cuerpo.

El centro de masa (el punto geométrico que, dinámicamente, se comporta como si recibiera la aplicación de la resultante de las fuerzas externas al sistema) sólo coincide con el centro de gravedad cuando el campo gravitatorio es uniforme por la acción de un vector de magnitud y dirección constante.

El Centro de masa es el punto en el cual se puede considerar concentrada toda la masa de un objeto o de un sistema. Aun si el objeto esta en rotación, el centro de masa se mueve como si fuera partícula. Algunas veces el centro de masa se describe como si estuviera en el punto de equilibrio de un objeto sólido. Por ejemplo, si usted equilibra un metro sobre su dedo, el centro de masa de la varilla de madera está localizado directamente sobre su dedo y toda la masa parece estar concentrada ahí. La segunda ley de Newton se aplica a un sistema cuando se usa el centro de masa.

$$F = MA_{CM}$$

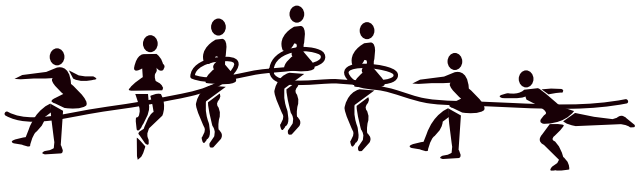
En donde F es la fuerza externa neta, M es la masa total del sistema o la suma masas de las partículas del sistema ($M = m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n$), donde el sistema tiene n partículas), y ACM es la aceleración del centro de masa. La ecuación dice que el centro de masa de un sistema de partículas se mueve como si toda la masa del sistema estuviera concentrada allí, y recibiera la acción de la resultante de las fuerzas externas.

MOMENTO DE INERCIA

Resistencia que un cuerpo en rotación opone al cambio de su velocidad de giro. A veces se denomina inercia rotacional. El momento de inercia desempeña en la rotación un papel equivalente al de la masa en el movimiento lineal. El momento de inercia de un objeto depende de su masa y de la distancia de la masa al eje de rotación. Por ejemplo, un volante de 1 kg con la mayoría de su masa cercana al eje tendrá un momento de inercia menor que otro volante de 1 kg con la mayoría de la masa cercana al borde exterior. Dado un eje arbitrario, para un sistema de partículas se define como la suma de los productos entre las masas de las partículas que componen un sistema, y el cuadrado de la distancia r de cada partícula al eje escogido. Matemáticamente se expresa como:

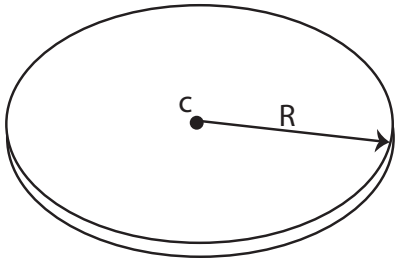
$$I = m\,r^2$$

Donde m es la masa del punto, y r es la distancia mínima entre ella y el eje de rotación. En el siguiente ejemplo, una patinadora de hielo está realizando su salto con giro, vemos que adquiere mayor velocidad angular cuando cierra sus brazos y luego los vuelve abrir para disminuir su velocidad y seguir con su rutina.



Ejemplo: Determina la velocidad angular de un disco de 1kg de masa y radio 20cm que rota con eje en su centro de masa con una energía cinética de 800J.

$$K_{disco} = \frac{1}{2} I w^2$$



Recordemos del modelo que usamos para el patinador que cierra y abre los brazos que la inercia o resistencia del sólido a alterar su movimiento de rotación Ic para un disco está dado por:

$$I_c = \frac{1}{2} mR^2 = 0{,}5\ (1\ Kg)\ (0{,}2)^2 = 0{,}02\ Kgm^2$$

$$K_{disco} = \frac{1}{2} Iw^2 \frac{1}{2}\ (0{,}02\ Kgm^2)\ w^2 = 800\ J$$

$$= 800\ Nm = 800\ Kg\ \frac{m}{s^2}$$

$$0{,}01\ Kgm^2\ w^2 = 800\ Kg\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$w^2 = \frac{800}{0{,}01}\ \frac{1}{s^2}$$

$$w = 283\ s^{-1}$$

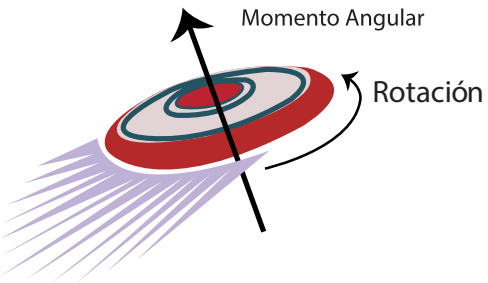
MOMENTO ANGULAR

El momento angular L de una partícula es el vector producto vectorial perpendicular al plano determinado por el vector posición r y el vector velocidad v. Como el vector L permanece constante en dirección, r y v estarán en un plano perpendicular a la dirección fija de L.

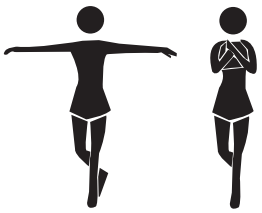
$$L = I\,w$$

De aquí, se concluye que la trayectoria del móvil estará contenida en un plano perpendicular al vector momento angular L, siendo su modelo matemático:

¿Por qué un disco frisbee vuela al girar?
La respuesta se basa en el momento angular, el frisbee, al girar, tiene un momento angular muy grande porque su material es más grueso en los bordes. El momento angular ayuda al disco a superar los giros y torsiones provocados por las fuerzas aerodinámicas.



Un caso bien conocido que pone en evidencia la conservación del momento angular es el de una bailarina que en la punta de sus pies hace girar su cuerpo en relación a un eje vertical (figura). Ella, si inicialmente gira con sus brazos extendidos (a), incrementa su rapidez angular cuando acerca los brazos a su cuerpo (b) y la disminuye cuando los aleja nuevamente de él. En este caso, como el roce entre la bailarina y el entorno es pequeño, durante una buena parte del movimiento se lo puede despreciar y se aprecia, por lo menos cualitativamente, la conservación de L. Debes notar que cuando la bailarina está con los brazos extendidos presenta un momento de inercia I mayor que cuando los junta a su cuerpo, de modo que su rapidez angular es menor en el primer caso y mayor en el segundo, de tal forma que siempre se verifica que Iω = constante.



Ejemplo: Calcula el momento angular de la Tierra respecto al centro del Sol, despreciando el movimiento de rotación de la Tierra sobre sí misma y considerando a la órbita de la Tierra como circular. Datos: MT = 6 • 1024 kg; orbita = 1,5 • 108 km

$$v = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{t} = \frac{2\cdot\pi\cdot 1{,}5\cdot 10^{8}}{365\cdot 24\cdot 3600} = 30\,km/s$$

La velocidad de traslación de la Tierra alrededor del Sol es:

Considerando a la Tierra y al Sol como objetos puntuales y suponiendo que la órbita de la Tierra es circular alrededor del Sol, entonces el vector de posición y el vector velocidad de la Tierra respecto al Sol son siempre perpendiculares. Por tanto, el momento angular de la Tierra respecto del Sol es un vector perpendicular al plano de la órbita del planeta, cuyo módulo es:

$$|\overline{L}| = |\overline{r}\ x\ m\cdot\overline{v}| = r\cdot m\cdot v\cdot \sin 90^{\circ}$$

$$= 1{,}5\cdot 10^{11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 3\cdot 10^{4} = 2{,}7\cdot 10^{40}\,kg\cdot m^2/s$$

Actividad

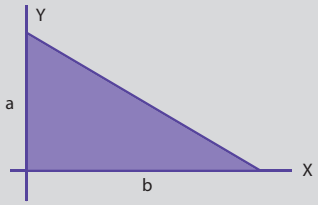
actividad extra-clase ○ actividad en clase ○

Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.

I) CENTRO DE MASA

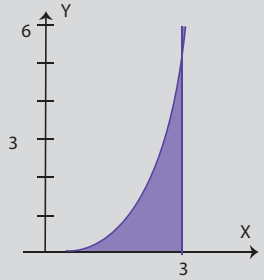
Problema 1

Halla la posición del c. m. del triángulo de la figura.



Problema 2

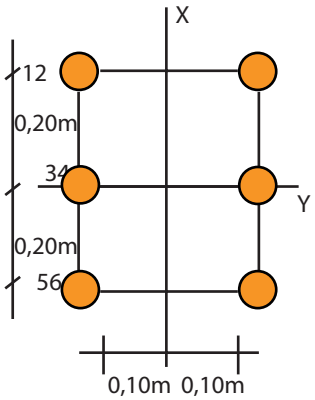
Determina la posición del centro de masa de la siguiente figura plana y homogénea, formada por la región comprendida entre la parábola $y=2x^2/3$ y el eje X, y la recta x = 3.



II) MOMENTO DE INERCIA

Calcula el momento de inercia de una partícula que tiene una masa de 0,5 kg y gira alrededor de un eje que se encuentra a 2cm de la misma.

Calcula el momento de inercia del sistema de partículas respecto al eje X e Y considerando que las varillas que mantienen la estructura tienen masa despreciable. Todas las masas son iguales y de 0,80kg.



Calcula el momento de inercia de un cilindro macizo de masa 0,25kg respecto a los ejes X e Y sabiendo que tiene un radio de R=30 cm y una longitud L=100cm.